

深北莫 — 离散数学 (2022 年春季学期) 小测验第 1-3 章

小测验时间: 2022 年 4 月 2 日-2022 年 4 月 3 日

**小测验规定 (重要!):**

- 不允许相互讨论! 如果发现任何一题**抄袭**, 双方小测验全部作废, 小测验都得 0 分。
- 不允许使用网络资源! 如果发现任何一题解答与网络解答高度相似, 算作**剽窃**, 小测验得 0 分。
- 允许使用: (1) 讲义; (2) 自己的笔记。

**问题 (总分 100 分, 每个问题的分数平均分配, 每个问题的小问, 分数平均分配)。**

1. 用欧几里得算法计算最大公因子:  $(256, 134)$ 。
2. 证明:  $\sqrt{3}$  是无理数。
3. 抛一个 6 面的骰子, 最少抛多少次骰子, 能保证某一面出现了至少 3 次?
4. 一个班级有 150 名学生, 其中 83 人有滑板车, 97 人有自行车, 28 人有摩托车, 53 既有滑板车也有自行车, 14 人既有滑板车也有摩托车, 7 人既有自行车也有摩托车, 2 人三种车都有。
  - (1) 有多少学生什么车都没有?
  - (2) 有多少学生只有自行车 (而没有别的两种车)?
5. 设  $n$  是偶数。设  $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(\{1, 2, \dots, n\})$  满足: 对任意的  $A, B \in \mathcal{A}$ , 都有  $A \not\subseteq B$  且  $B \not\subseteq A$ 。
  - (1)  $|\mathcal{A}|$  最大是多大? 不必证明你的结论, 但给出一个达到你给的上界的  $\mathcal{A}$  的例子。
  - (2) 假设你给出的  $|\mathcal{A}|$  的上界是  $f(n)$ 。给出  $\frac{f(n)}{2^n}$  的上界和下界。