

## 深北莫 — 离散数学 (2022 年春季学期) 作业 5

交作业时间: 4 月 21 日

### 作业规定 (重要!):

- 如果某个问题你不会做, 你可以不做, 你将自动得到该问题 20% 的分数。如果你对某个问题只有部分的解答, 写下你的部分解答。如果你不会做某个问题, 不要写无关、混乱的解答, 否则你会得到一个**负**的分数。
- 鼓励相互讨论, 但每位同学必须独立写出自己的解答! 如果发现**抄袭**, 双方本次作业作废, 都得 0 分。
- 如果你在别处 (别的书或网络等) 读到了某个作业问题的答案, 你可以阅读解答, 在理解了后, 可以抄写解答, 但必须清楚地写出答案的来源, 比如 “该解答来自于某处”。如果抄写解答而不写出来源, 算作**剽窃**, 本次作业作废, 得 0 分。
- 这是一门数学课, 所以尽量将你的解答写得清楚、明白。如果只是最终答案正确, 但解答过程没有或不清楚, 会被扣分至少 30%。

**注: 与图有关的所有问题, 在没有明确说明的情况下, 图均指无向简单图 (即: 两点之间最多一条边)。**  
**问题 (总分 100 分, 每个问题分数平均分配, 每个问题的小问, 分数平均分配):**

1. 设  $G$  是一个有向图 (每条边有一个箭头), 对每个顶点  $v$ , 用  $d^-(v)$  表示进入  $v$  的边数 (叫做  $v$  的入度, 即进入的度数), 用  $d^+(v)$  表示从  $v$  出发的边数 (叫做  $v$  的出度)。证明  $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v)$ .
2. 在引理 4.11 我们证明了, 每棵树都至少有一片树叶。用两种思路证明: 每棵树至少有两片树叶。
  - (1) 用引理 4.11 的方法。
  - (2) 用握手定理。
3. 给下面两个问题各设计一个算法, 并估计你的算法在最坏的情况下的效率 (即需要运行多少步才能给出结果)。
  - (1) 任意给定一个图  $G$ , 判断图  $G$  是否连通。
  - (2) 任意给定两个图  $G, H$ , 判断图  $G, H$  是否同构。
4.
  - (1) 总结列出 3 到 5 点你认为最有效的解决问题的策略;
  - (2) 你认为小组讨论时有什么规则大家应遵守?