# 深北莫 — 离散数学 (2022 年春季学期) 作业 11

交作业时间：6 月 9 日

**作业规定（重要!）**：

- 如果某个问题你不会做，你可以不做，你将自动得到该问题 20% 的分数。如果你对某个问题只有部分的解答，写下你的部分解答。如果你不会做某个问题，不要写无关、混乱的解答，否则你会得到一个**负的分数**。
- 鼓励相互讨论，但每位同学必须独立写出自己的解答！如果发现**抄袭**，双方本次作业作废，都得 0 分。
- 如果你在别处（别的书或网络等）读到了某个作业问题的答案，你可以阅读解答，在理解了后，可以抄写解答，但必须清楚地写出答案的来源，比如 “该解答来自于某处”。如果抄写解答而不写出来源，算作**剽窃**，本次作业作废，得 0 分。
- 这是一门数学课，所以尽量将你的解答写得清楚、明白。如果只是最终答案正确，但解答过程没有或不清楚，会被扣分至少 30%。

**问题（总分 100 分，每个问题分数平均分配，每个问题的小问，分数平均分配）：**

1. 用讲义上的符号 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$，具体计算出 $S_3$ 中元素的运算表，要求写出计算过程，然后写出每个元素的逆元。
2. $(\mathbb{Z}_k - \{0\}, \times)$ 什么时候是群？什么时候不是群？给出解释。
3. 分别给出一个 12 阶的交换群与非交换群的例子.
4. 设 $G = (V, E)$ 是一个图，用讲义上的记号，验证 $(Aut(G), \circ)$ 是一个群.
5. 证明：如果 $\phi$ 是 $\mathbb{C}$ 上的一个自同构，则，$\forall\, a \in \mathbb{Q}$，有，$\phi(a) = a$.
6. 验证
$$\phi : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \quad a + bi \mapsto a - bi,$$
是 $\mathbb{C}$ 上的一个自同构.
7. 计算 $(\mathbb{Z}_2^2, \oplus)$ 的所有子群.